

ЕЛЕМЕНТИ НА ОБУЧЕНИЕ ЧРЕЗ СИНТАКСИС ЗА СТУДЕНТИ ОТ ПРОФЕСИОНАЛНО НАПРАВЛЕНИЕ „ТЕХНИЧЕСКИ НАУКИ“

Борислав Лазаров

Българска Академия на Науките,
Институт по математика и информатика
ул. „Акад. Георги Бончев“ 8, 1113, София
byl@abv.bg, lazarov@math.bas.bg

Стефка Караколева

Русенски Университет „Ангел Кънчев“
Катедра „Числени и статистически методи“
7017, гр. Русе, ул. „Студентска“ 8
skarakoleva@uni-ruse.bg, skarakoleva@gmail.com

Резюме. Развитието на информационното общество и масовото използване на компютърните и мобилни технологии води до трайна негативна тенденция към влошаване нивото на подготовка по математика на всички нива в училищата и университетите. Потребителското мислене и новите „клик-навици“ на учащите налагат използване на нестандартни методи на обучение по математика, които съответстват на разпокъсаните и непълни математически знания и умения на обучаемите и използват съвременни компютърни системи за математически изчисления и визуализация.

В статията се описва експериментално «обучение чрез синтаксис» за студенти-второкурсници от професионално направление „Технически науки“ по дисциплината „Числени методи с Matlab“. Представени са резултати от проведения дидактически експеримент, получени с SPSS (Statistical Package for Social Sciences).

Key words: education, numerical methods, statistics, Matlab, SPSS

1. ПРОБЛЕМИ НА ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА

Развитето на информационното общество и повсеместното използване на мобилните и компютърни технологии води до проблеми на обучението по математика. През последните години в България се наблюдава трайна тенденция към понижаване нивото на математическа подготовка на всички нива в училищата и университетите. Голям е броят на кандидат-студентите и студентите, които нямат елементарна математическа култура, не познават и не могат да използват на практика математическите закони, показват липса на логическо и абстрактно мислене, не умеят да се изразяват и да пишат на математически език.

Причините за това са разнородни, но най-съществени от тях са:

- Ниско ниво на квалификация и педагогически умения на новото поколение учители по математика;
- Недостатъчна взыскателност на учителите към себе си и към учениците;
- Недостатъчно отделено време за подготовка от страна на учениците;
- Бързият достъп до информация и използването на новите технологии изграждат ново „клик“-поведение в обучението. Клик-навиците на обучаемите блокират откривателския дух и водят до леност в процеса на учене;
- Прекомерното използване още в ранна детска възраст на учебни помагала от тип „шаблон за попълване“ ограничава духа и пречи на самостоятелното мислене и творчество в процеса на учене и усвояване;
- Комерсиализацията на висшето образование и борбата за „бройки“ води до снижаване на критериите за прием във висшите учебни заведения и от там—до демотивация на кандидат-студентите.

През 2006 авторът Б.Лазаров предлага нова парадигма в обучението по математика [1], която отговаря на разпокъсаните и непълни математически знания и на минималните и ненадеждни математически умения, включително умения за математическо мислене. Моделът на Лазаров се основава на концепция от „островен“ тип. Тази концепция предполага модулна структура на учебното съдържание – „острови“. Обучаваните се запознават с нови математически понятия, методи и структури независимо един от друг. Ако за движение в рамките на един „остров“ е необходимо да се използват някои от резултатите на друг, то това се прави без задълбочаване, като се отбелязва само основното във вид на алгоритъм.

2. ОБУЧЕНИЕ ЧРЕЗ СИНТАКСИС

Обучението по математика в съвременното информационно общество често включва приложения, реализирани чрез компютърни системи за математически изчисления. Ползването на такива системи изисква определена математическа компетентност за коректно използване на операторите на системата и интерпретиране на изходните резултати. Следователно, синтаксисът на компютърната система за математически изчисления е необходимо условие за нейното прилагане в обучението по математика. Налице е, обаче, и обратна връзка – необходимостта от коректен синтаксис мотивира по-задълбочено изучаване на математиката. Така се реализира един вид математическо обучение чрез синтаксис.

Подходът «обучение чрез синтаксис», предлаган от авторите, е удобен изход от създалата се ситуация в образованието чрез изпитаната рецепта „клин клина избива“. Чрез този подход:

- се засилва интересът на обучаваните към математиката и се аргументира ползата от нея;
- се провокира състезателният елемент и екипната дейност в часовете и извън тях;
- се използват перманентно компютърните технологии в обучението;
- програмните компютърни системи стават основен инструмент и добър помощник в обучението;
- задоволяват се напълно нарасналите образователни изисквания на учащите, произтичащи от бурното развитие на информационните технологии.

За успешното прилагане на подхода «обучение чрез синтаксис» е необходимо да са налице минимум следните условия:

- обучение по математика в компютърна зала с персонални компютри или сървър с компютърни терминали;
- малки групи (14-15) обучавани, с осигурено индивидуално работно място;
- подходящ за целта свободен софтуер (GeoGebra, LaTeX) и лицензиран софтуер (Matlab, Maple, Mathematica, Mathcad) и др.

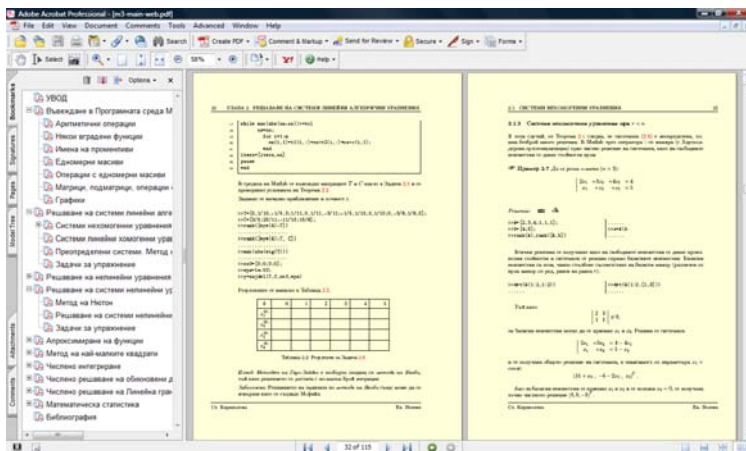
3. ОПЕРАЦИОНАЛИЗАЦИЯ НА ИДЕЯТА ЗА ОБУЧЕНИЕ ЧРЕЗ СИНТАКСИС

Обучението чрез синтаксис изисква сериозна предварителна подготовка. Първо трябва да се изясни какво, къде и как ще се преподава и най-важното—каково е достигнатото ниво на математическа грамотност на обучаваните.

Представените елементи на «обучение чрез синтаксис» са част от действаща методика на обучение на студенти от втори курс—профил «Технически науки» в Русенски университет «Ангел Кънчев» по дисциплината «Висша математика 3—Практикум по Числени методи с Matlab».

Обучението се провежда в компютърни зали с 14-16 работни места (персонални компютри или терминали) на под-групи студенти. Времето за писане на дъска и хартия е минимизирано чрез въведената в учебния процес „работна книга“ [2], съдържаща както кратка теория, така и подробно решени примери с Matlab-код и програми, а също и задачи за самостоятелно решаване с полета за попълване на получените резултати (Фиг. 1).

Проведен е дидактически експеримент, който е предварително планиран, проведен по график, отразен в дневник на експеримента, а резултатите са обработени чрез пакета за статистически изследвания SPSS.



Фиг. 1: Учебно помагало „Практикум по «Числени методи» с Matlab“

Темата на практическото упражнение е „Системи линейни алгебрични уравнения“. Тази тема е преподавана на студентите в първи курс по дисциплината „Математика—1 част“.

Експериментът се провежда с контролна и експериментална групи.

Извършено е предварително проучване и на двете групи за това в каква степен са усвоени понятията и математическият апарат. Установено е, че голяма част от студентите не знаят що е коефициент, матрица от коефициенти пред неизвестните на система линейни алгебрични уравнения (СЛАУ) и изпитват затруднения при идентификацията ред—стълб. Има студенти, които не са усвоили основни понятия и теореми—не знаят що е индекс на елемент, матрица, детерминанта, решение на СЛАУ, ранг на матрица, Теорема на Кронекер-Капелли и не разбират геометричния смисъл на системите ЛАУ и техните решения в случай на две и три променливи.



Указания:
За начало натиснете бутона Begin Quiz. За проверка на резултата натиснете End Quiz. Винаги **✓** означава верен отговор, а **✗** - грешен отговор. В случай, че дадете грешен отговор, след натискане на бутона Correct, верният отговор се маркира с **●**. Ако въпросът изисква попълване на отговора и поле, при верен отговор рамката на полето се осветява в зелено, а при грешен - в червено. След приключване на теста, верният отговор се изписва в полето «Отговор» чрез натискане на бутона Ans.
След приключване на теста, оценката се изписва и началото на теста, а в края - оценката, процент верни отговори и общ брой точки.

Фиг. 2: Заглавна страница на „непрекъснатият тест“

По време на практическото упражнение (два учебни часа) се провежда „непрекъснат тест“ (Фиг.2). Такъв тип „обучаващ“ тест има както елементи на преговор, така и нови знания и изграждане на умения за работа в средата на системата Matlab. Провежда се след уводната тема „Въведение в Matlab“, което предполага, че студентите са запознати с компютърната система и основните команди за работа с вектори и матрици. Всички студенти правят един и същ тест, който е създаден чрез фамилията LaTeX-пакети Acrotex Education Bundle [3] в два варианта — за екран и хартия.

3

Section 1: Системи линейни алгебрични уравнения

2. (1^{max}) Системата

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 6 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

☒ има решение $x_1 = 6, x_2 = 0, x_3 = 0$;
☒ има решение $(x_1, x_2, x_3)^T = (1, 1, 1)^T$;
☐ няма решение.

4

Section 1: Системи линейни алгебрични уравнения

2. (1^{max}) Системата

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 6 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

☒ има решение $x_1 = 6, x_2 = 0, x_3 = 0$;
☒ има решение $(x_1, x_2, x_3)^T = (1, 1, 1)^T$;
☐ няма решение.

Фиг. 3: Първа и втора задача на теста с оценка и отговори

Тестът се състои от седем задачи, част от които са с множествен избор и една – с попълване на отговора в поле. Времето за самостоятелна работа по първите пет задачи е 5 минути, тъй като чрез тях се проверяват стари знания. Останалите задачи се решават в процеса на работа с Matlab по време на занятието (Фигури 3-7). Работата се извършва на етапи.

5

Section 1: Системи линейни алгебрични уравнения

3. (1^{max}) Системата от т.4 се записва в матричен вид $Ax = b$, където:

☒ $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$

☐ $A = \begin{pmatrix} x_1 & 2x_2 & 3x_3 \\ 2x_1 & x_2 & 3x_3 \\ x_1 & x_2 & x_3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$

☐ $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 2 & 1 & 3 & 6 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Фиг. 4: Трета задача на теста с посочен верен отговор

Етап 1: Самостоятелна работа

1 зад. За да работят със системата Matlab по новата тема, студентите трябва да са наясно с линейния запис на масиви. Задава се квадратна матрица и студентът трябва да определи как тя се записва в Matlab (Фиг.3);

2 зад. Студентите трябва да могат да проверяват на ръка дали даден вектор е решение на система. Първият отговор умишлено е избран така, че векторът да удовлетворява само първото уравнение (Фиг.3);

3 зад. Записът на система в матричен вид е необходим, за да се направи преход от един вид синтаксис към друг. Този въпрос дава връзка между аналитичната част на обучението и системата Matlab (Фиг.4);

4 зад. Проверява се дали студентът може да прилага теоремата за съществуване и брой на решенията на нехомогенна СЛАУ (Фиг.5).

Section 1: Системи линейни алгебрични уравнения

7

5. ($2^{100\%}$)

Системата от т.4 има решение, защото рангът на матрицата A е равен на ранга на разширената матрица $A|b$. Освен това, системата има единствено решение, защото:

- ☒ има три неизвестни ($n = 3$);
☐ има три уравнения;
☐ векторът b не е нулев.

Section 1: Системи линейни алгебрични уравнения

8

Графичният метод за решаване на системи е приложим в случай на две неизвестни.

- На всяко уравнение на системата съответства права линия в равнината;
- Решението се търси като обща точка на изобразените прави;
- Занимат колко на брой са решенията на всяка от трите системи. За всеки верен отговор получавате точка;
- Допускат се отговори: 0, 1, 2, 3...

Фиг. 5: Графичен метод за решаване на СЛАУ

Етап 2: Обсъждане и самооценка

1 зад. Студентите се подканват да проверят с Matlab дали техният отговор е верен. Целта е да се преодолее страха от непознатата система и да се приеме тя като добър помощник;

2 зад. Коментира се задачата като всеки изказва своето предположение. След това се прилага дефиницията за «решение» на система и на дъската се демонстрира как точно се проверява.

3 зад. Коментарът цели да се изчисти неразбирането на понятията коефициент, матрица от коефициентите пред неизвестните, стълб на свободните коефициенти;

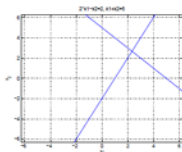
4 зад. Коментарът цели да се подчертае практическата полза от теоремата на Кронекер—Капелли.

Section 1: Системи линейни алгебрични уравнения

9

6. ($1^{100\%}$) Системата

$$\text{a) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 = 2 \\ x_1 + x_2 = 5 \end{cases}$$



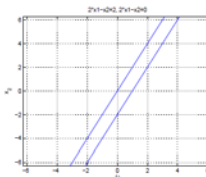
- ☒ 1 решение; ☐ 2 решения; ☐ 0 решения.

Section 1: Системи линейни алгебрични уравнения

10

7. ($1^{100\%}$) Системата

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 = 2 \\ 2x_1 - x_2 = 0 \end{cases}$$



- ☐ 1 решение; ☐ 2 решения; ☒ 0 решения.

Фиг. 6: Случаи на системи със и без решение

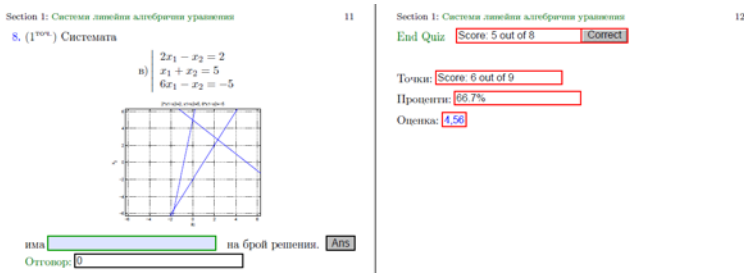
Етап 3: Работа с Matlab – графичен метод

Дадени са три системи линейни алгебрични уравнения (СЛАУ) с две неизвестни, които се решават графично (Фиг.5);

- Коментира се идеята на метода, приложим при $n=2$ и $n=3$;
- Задава се синтаксисът на командата за чертане на графика, например `ezplot('2*x1-x2-5');`
- След получаване на графиките се решават задачи 6,7 и 8 (Фиг.6,7).
- Определят се окончателните резултати от теста.

Етап 4: Числени методи за решаване на СЛАУ

След творческата работа на студентите с обучаващия тест, въвеждането на нов материал става леко, като се наблюдава повишена концентрация и засилен интерес от страна на студентите към преподавания материал.



Фиг. 7: Резултати от теста

Процесът на решаване на СЛАУ с Matlab се задава във вид на алгоритъм (Фиг.8).

Алгоритъм решаване на системата $Ax = b$

- Записване на матрицата A и вектор b ;
- Въвеждат се в Командния прозорец на Matlab;
- Проверка на условието на Теоремата на К-К:
 $\text{rank}(A) = \text{rank}([A, b])$:
 - При „да, изпълнено е“ се проверява дали е равно на n
 - Ако е „да“, се избира точен метод (Крамер, чрез обратна матрица, Гаус, Крут)
 - Ако $r < n$ - има безброй много решения;
 - системата няма решение и край.

Фиг. 8: Алгоритъм за решаване на СЛАУ

Следва самостоятелна работа на студентите с Matlab под ръководството на преподавателя. Задават се разнообразни примери, които обхващат различни случаи (Фиг.9).

Примери

- Задава се системата

$$\begin{cases} 2x_1 = 3 \\ x_1 + 1.5x_2 = 4.5 \\ -3x_2 + 0.5x_3 = -6.6 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 0.8 \end{cases}$$

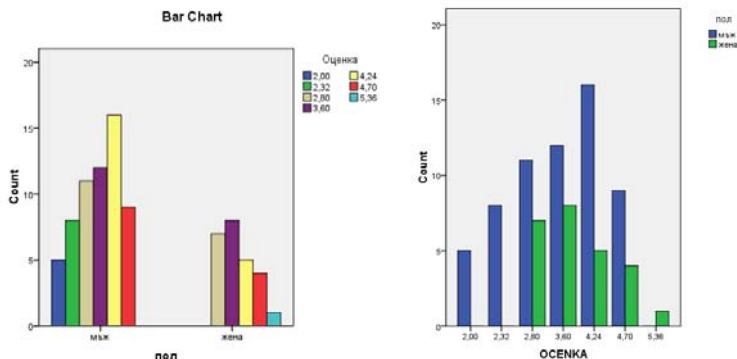
Студентите трябва да запишат на лист матрицата A и вектор b, въвеждат в Matlab и работят по алгоритъма.
- Система, която няма решение:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_4 = 2 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = -3 \end{cases}$$
- Система с тридиагонална матрица и др.

Фиг. 9: Примери за самостоятелна работа

4. СТАТИСТИЧЕСКА ОБРАБОТКА НА РЕЗУЛТАТИТЕ ОТ ТЕСТА С SPSS

Обработката на резултатите от теста се извършва със статистическия пакет SPSS. Изследват се получените резултати както за окончателната оценка на студентите, така и по отделните задачи на теста (Фиг.10); установяват се зависимости между пол и оценка, получават се „cross tables“, пресмятат се числови характеристики - средна стойност, медиана, мода, средно-квадратично отклонение и др.



Фиг. 10: Статистическа обработка на резултатите от експеримента

Резултатите от теста и сравняването на нивото на математическа подготовка на експерименталната група преди и след експеримента показват, че в резултат на подхода «обучение чрез синтаксис» се повишава ефективността на обучението по висша математика.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подходът «обучение чрез синтаксис», предложен и изследван от авторите, е нов подход в обучението по математика. Проведените експерименти от авторите показват, че този подход се приема с ентузиазъм от обучаваните и повишава ефективността на обучение чрез използване на съвременни методи и технологии в обучението. Предстои да бъдат извършени още изследвания с нови групи обучавани и с други компютърни системи.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Лазаров, Б., А. Василева, *Некоторые дидактические аспекты применения профессиональных программных пакетов в обучение математике старшеклассников средней школы и первокурсников университетов*, The Teaching of Mathematics, 2007, Vol. X, 1, pp. 37–50.
- [2] Караколева, Ст., Велева, Е., *Висша математика 3: Практикум по Числени методи с MATLAB*, Русенски Университет «Ангел Кънчев», 2004, ISBN: 954-712-245-2.
- [3] Acrotex Education Bundle, http://www.acrotex.net/aeb_index.php?lang=en